Université Paul Sabatier **Licence 1ère année PC**

Partiel de physique
4 novembre 2009 (durée 1h)

1. Chute libre d'un corps (10 pts)

Soit une bille de masse m lâchée sans vitesse initiale dans un gaz exerçant un amortissement visqueux (α est le coefficient d'amortissement). On néglige la poussée d'Archimède. On appelle Oz l'axe vertical orienté selon le sens de la chute.

1.1 Trouvez l'équation différentielle de la vitesse de chute v. (2x0,5 forces + 0,5 RFD + 1,5 équation)

1.2 Montrez que $v(t)=\frac{gm}{\alpha}\left(1-e^{-\alpha t/m}\right)$. (1 SGESSM + 1 SPE + 1 CI + 1 SGE)

1.3 Calculez la vitesse limite v_{lim}. (1)

1.4 Montrez qu'au début de la chute ($t\approx 0$), l'amortissement est négligeable. (1 résultat + 1 justification)

On donne: $e^{-x}\approx 1-x$ pour $x\approx 0$).

2. Oscillateurs libre et forcé (32 pts)

On considère un circuit formé d'une résistance R, d'une bobine d'inductance L, et d'un condensateur de capacité C placés en série et alimentés par un générateur de force électromotrice E. On donne C = 100 nF, R = 100 Ω, L = 100 mH.

2.1. Faites le schéma du montage. (1)

2.2. Ecrivez la loi des mailles pour ce circuit. (1)

2.3. Dans un premier temps, on considère que la tension E appliquée dans le circuit à $t=0$ est une tension continue E_0. Montrez que l'équation différentielle donnant l'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur s'écrit: (3)

$$\frac{d^2u_C}{dt^2}+\frac{1}{\tau}\frac{du_C}{dt}+\omega_o^2u_C(t)=\frac{E_o}{LC} \qquad \text{Equation [1]}$$

Donnez les expressions analytiques de τ et ω_o en fonction de R, L et C. (2x1) Calculez leurs valeurs numériques (précisez leurs unités). (2x1,5)

2.4. Déterminez la solution particulière $\underline{u_C^p}(t)$ de l'équation [1]. (2) Vérifiez qu'elle est homogène à une tension. (0,5)

2.5. Les solutions de l'équation générale sans second membre (SGSSM) sont du type exp(rt). Donnez l'équation caractéristique du deuxième degré en fonction de r. (2)

2.6. Calculez le discriminant Δ. Justifiez numériquement que dans le cas présent les solutions correspondent à un système oscillant. (1+1)

2.7. Donnez les deux solutions r_1 et r_2 de l'équation caractéristique (2x1). En déduire que la SGSSM s'écrit $\underline{u_C^g}(t)=\exp(-\lambda t)\left[A\exp(i\Omega t)+B\exp(-i\Omega t)\right]$. (1)

Explicitez λ et Ω en fonction de τ et ω_o. (2x1) Quelle est l'unité de A et B? (1)

2.8. Montrez que $\Omega\approx\omega_o$. (1) Ecrivez la solution générale de l'équation [1] (1) et précisez les termes correspondant au régime transitoire et au régime permanent (on ne demande pas de calculer A et B). (1)

2.9. La tension appliquée est maintenant une tension sinusoïdale $E(t)=E_o\cos(\omega t)$. Résolvez l'équation [1] en utilisant la notation complexe $\underline{E(t)}=E_o e^{i\omega t}$ et $\underline{u_C(t)}=u_o\, e^{i(\omega t+\varphi)}$. (2)

2.10. Calculez u_o et tanφ en fonction de E_0, ω, ω_o et τ. (1 équation + 1,5 u_o+ 1,5 phi)